|  |  |
| --- | --- |
|  | **Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**  **Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  **высшего образования**  **«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»**  **(МГТУ им. Н.Э. Баумана)** |

**Факультет «Информатика и системы управления»**

**Кафедра «Системы обработки информации и управления»**

Домашнее задание 3

по дисциплине: «Архитектура АСОИУ»

на тему: «Методы решения многокритериальных задач принятия решений»

Выполнил:

Студент группы №21Б Цыпышев Т.А.

дата:\_\_\_\_\_\_\_\_ подпись:\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Проверил:

к.т.н., доц., Г.И. Афанасьев

дата:\_\_\_\_\_\_\_\_ подпись:\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

2023 г.

СОДЕРЖАНИЕ

**Постановка задачи** стр. 3

**Нормализация исходных данных** стр. 4

**Выбор лучшего варианта без учета приоритета критериев** стр. 5

1. Принцип равенства стр. 5
2. Принцип квазиравенства стр. 5
3. Принцип максимина стр. 6
4. Принцип абсолютной уступки стр. 7
5. Принцип относительной уступки стр. 7
6. Учет мажорируемых и минорируемых критериев стр. 8

**Выбор лучшего варианта с учетом приоритета критериев** стр. 8

1. Принцип равенства стр. 9
2. Принцип квазиравенства стр. 10
3. Принцип максимина стр. 10
4. Принцип абсолютной уступки стр. 11
5. Принцип относительной уступки стр. 12
6. Принцип последовательной уступки стр. 12

**Изменение понятийной области критериев** стр. 13

1. Принцип абсолютной уступки стр. 14
2. Принцип относительной уступки стр. 14

**Постановка задачи**

Допустим, мы выбираем один из трех типов автомобилей на продажу.

Каждый тип автомобиля имеет свои характеристики:

* Мощность двигателя f1, л.с.;
* Расход топлива f2, л/100 км;
* Проходимость в сложных условиях f3, %.

Конкретные значения указанных локальных критериев:

**Таблица №1**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| №/вар | f1 | f2 | f3 |
| 1 | 35 | 27 | 26 |
| 2 | 26 | 25 | 31 |
| 3 | 25 | 29 | 22 |

Необходимо проверить, находятся ли значения локальных критериев в зоне компромисса. При переходе от одного варианта к другому должно происходить улучшение решения по одному или нескольким локальным критериям и снижение значений оставшихся локальных критериев. Кроме того, каждый из трех критериев должен иметь лучший результат для соответствующего варианта. Если это правило не выполняется, необходимо изменить исходные данные.

При выборе наилучшего варианта нужно проверить, чтобы все критерии находились в одной понятийной области, где большее значение означает лучший результат. Также следует убедиться, что нет значительных различий между значениями локальных критериев. В случае наличия таких отклонений следует пересмотреть исходные данные.

Варианты выбора наилучшего решения:

1. без учета приоритета локальных критериев;
2. с учетом приоритета локальных критериев.

**Нормализация исходных данных**

Для нормализации данных таблицы №1, необходимо использовать формулу: f(нормализованный) = f(исходный) / f(коэфф.). Поскольку локальные критерии имеют различную размерность, необходимо привести их значения к общей шкале. Для этого используется коэффициент нормировки f(коэфф.), который определяется как максимальное значение локального критерия f(max).

Чтобы получить значения нормализованных локальных критериев в диапазоне от 0 до 1, применяется соотношение f(коэфф.) = f(max). Затем производится переход к таблице №2, где вместо исходных значений локальных критериев представлены их нормализованные значения.

**Таблица №2**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| №/вар | f1 | f2 | f3 |
| 1 | 1 | 0,77 | 0,83 |
| 2 | 0,74 | 0,86 | 1 |
| 3 | 0,71 | 1 | 0,7 |

**Выбор лучшего варианта без учета приоритета критериев**

1. **Принцип равенства**

F̄ = opt F = {f1 = f2 = f3}

Из таблицы №2 видно, что значения локальных критериев не совпадают ни в одном из возможных вариантов, поэтому применение принципа равенства невозможно.

1. **Принцип квазиравенства**

F̄ =opt F = {f1 ≈ f2 ≈f3}

Когда невозможно использовать принцип равенства, может быть использован принцип квазиравенства. В этом случае наилучшим вариантом будет тот, у которого значения локальных критериев примерно равны между собой с определенным допуском.

Для этого выбирается произвольный допуск Δ (например, Δ = 0.23) и строится таблица разностей между значениями локальных критериев.

**Таблица №3**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| №/вар | |f1 - f2| | |f2 - f3| | |f3 - f1| |
| 1 | 0,23 = Δ | 0,06 < Δ | 0,17 < Δ |
| 2 | 0,12 < Δ | 0,14 < Δ | 0,26 > Δ |
| 3 | 0,29 > Δ | 0,3 > Δ | 0,01 < Δ |

Из полученных данных следует, что по принципу квазиравенства оптимальным вариантом является №1, т.к. именно в этом варианте достигается приближенное равенство f1 ≈ f2 ≈ f3  с допуском Δ, так как совместно выполняются все 3 условия:

|f1 - f2| =<  Δ   &  |f2 - f3| =< Δ   & |f3 - f1| =< Δ

1. **Принцип максимина**

F̄ =opt F = max min fq,i, где q - номер варианта, i - номер критерия

Принцип максимина заключается в выборе такого варианта, для которого минимальное значение локального критерия наибольшее по сравнению с оставшимися минимальными значениями других локальных критериев. Для этого необходимо определить наименьшие значения локальных критериев для каждого варианта и выбрать наибольшее из них. Это позволяет выбрать вариант с наименьшим риском получения плохого результата по любому из локальных критериев.

**Таблица №4**

|  |  |
| --- | --- |
| №/вар | max min |
| 1 | 0,77 |
| 2 | 0,74 |
| 3 | 0,7 |

Согласно принципу максимина предпочтение следует отдать №1.

1. **Принцип абсолютной уступки**

F̄ = opt F = ∑fq,i → max, где q - номер варианта, i - номер критерия

Принцип абсолютной уступки предписывает выбирать вариант с максимальной суммой значений всех локальных критериев в абсолютном выражении, т.е. по таблице №1.

**Таблица №5**

|  |  |
| --- | --- |
| №/вар | ∑ |
| 1 | 88 |
| 2 | 82 |
| 3 | 76 |

Согласно принципу абсолютной уступки предпочтение следует отдать №1.

1. **Принцип относительной уступки**

F̄ =opt F = ∏ fq,i → max, где q - номер варианта, i - номер критерия

Принцип относительной уступки предписывает выбирать вариант с максимальным произведением нормализованных значений локальных критериев, т.е. по таблице №2.

**Таблица №6**

|  |  |
| --- | --- |
| №/вар | П |
| 1 | 0,6474 |
| 2 | 0,6364 |
| 3 | 0,497 |

Согласно принципу относительной уступки предпочтение следует отдать №1.

1. **Учет мажорируемых и минорируемых критериев**

Для мажорируемых критериев: https://konspekta.net/infopediasu/baza5/3256315645895.files/image140.png = max https://konspekta.net/infopediasu/baza5/3256315645895.files/image142.png , где z1 - подмножество мажорируемых критериев, то есть полезность объекта возрастает при возрастании оценки критериев.

Для минорируемых критериев: https://konspekta.net/infopediasu/baza5/3256315645895.files/image146.png = min https://konspekta.net/infopediasu/baza5/3256315645895.files/image148.png , где z2 - подмножество минорируемых критериев, то есть полезность объекта возрастает при убывании оценки критериев.

| https://konspekta.net/infopediasu/baza5/3256315645895.files/image152.png | = m. Далее применяется любой из предложенных методов. В нашем случае все критерии мажорируемые, поэтому такой тип учета не используется.

**Выбор лучшего варианта с учетом приоритета критериев**

Пусть задан следующий вектор приоритета: λ = (1, 2, 3)

Перейдем от этого вектора к весовому вектору a, используя следующую формулу:

А=λ1\*λ2\*λ3+λ2\*λ3+λ3 = 6+6+3 = 15;

а1 = (λ1\*λ2\*λ3) / А = 0,4

а2 = (λ2\*λ3) / А = 0,4

а3 = λ3/А = 0,2

Итак, весовой вектор: а = (0,4; 0,4; 0,2), и новые значения локальных критериев с учетом приоритетов f будут рассчитаны по следующей формуле: f \*i = аi \* fi , при этом вместо исходного множества локальных критериев будет использоваться следующее множество локальных критериев: {a1f1, a2f2, a3f3,.., anfn}.

Преобразованные значения из таблицы 1 будут представлены в таблице 7, преобразованные значения из таблицы 2 будут представлены в таблице 8

**Таблица №7**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| №/вар | f1 | f2 | f3 |
| 1 | 14 | 10,8 | 5,2 |
| 2 | 10,4 | 10 | 6,2 |
| 3 | 10 | 11,6 | 4,4 |

**Таблица №8**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| №/вар | f1 | f2 | f3 |
| 1 | 0,4 | 0,308 | 0,166 |
| 2 | 0,296 | 0,344 | 0,2 |
| 3 | 0,284 | 0,4 | 0,14 |

1. **Принцип равенства**

F̄ =opt F = {f1 = f2 = f3}

Из представленной в таблице №8 информации следует, что ни один из возможных вариантов не удовлетворяет критериям, которые должны быть равны между собой для того, чтобы оптимальный вариант соответствовал принципу равенства. Следовательно, данный принцип неприменим к данной задаче.

1. **Принцип квазиравенства**

F̄ =opt F = {f1 ≈ f2 ≈f3}

Выберем произвольную величину уступки Δ = 0.2 и вычислим абсолютные разности между локальными критериями, указанными в таблице 9.

**Таблица №9**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| №/вар | |f1 - f2| | |f2 - f3| | |f3 - f1| |
| 1 | 0,092 < Δ | 0,142 < Δ | 0,234 > Δ |
| 2 | 0,048 < Δ | 0,144 < Δ | 0,096 < Δ |
| 3 | 0,116 < Δ | 0,26 > Δ | 0,144 < Δ |

Из полученных данных следует, что по принципу квазиравенства оптимальным вариантом является №2, т.к. именно в этом варианте достигается приближенное равенство f1 ≈ f2 ≈ f3 с учетом Δ.

1. **Принцип максимина**

F̄ = opt F = max min fq,i, где q - номер варианта, i - номер критерия

Выбрать наибольше из наименьших значений локальных критериев.

**Таблица №10**

|  |  |
| --- | --- |
| №/вар | max min |
| 1 | 0,166 |
| 2 | 0,2 |
| 3 | 0,14 |

Согласно принципу максимина предпочтение следует отдать №2.

1. **Принцип абсолютной уступки**

F̄ = opt F = ∑fq,i → max, где q - номер варианта, i - номер критерия

Для составления таблицы выбора наилучшего варианта мы будем использовать таблицу 7, которая содержит абсолютные значения локальных критериев с учетом их весовых коэффициентов. Следовательно, таблица выбора наилучшего варианта будет выглядеть следующим образом:

**Таблица №11**

|  |  |
| --- | --- |
| №/вар | ∑ |
| 1 | 30 |
| 2 | 26,6 |
| 3 | 26 |

Согласно принципу абсолютной уступки предпочтение следует отдать №1.

1. **Принцип относительной уступки**

F̄ =opt F = ∏ fq,i → max, где q - номер варианта, i - номер критерия

Для расчета используется таблица 8 с относительными значениями локальных критериев.

**Таблица №12**

|  |  |
| --- | --- |
| №/вар | П |
| 1 | 0,02045 |
| 2 | 0,02036 |
| 3 | 0,01389 |

Согласно принципу относительной уступки предпочтение следует отдать №1.

1. **Принцип последовательной уступки**

F̄ =opt F = max fq,i, где q - номер варианта, i - номер критерия; рассчитывается для каждого i последовательно в порядке понижения важности с учетом допусков снижения уступок.

Вернемся к таблице 8. Будем считать наиболее важным критерий расход топлива f2, а наименее важным мощность двигателя f1.

1. По наиболее важному критерию лучший автомобиль №3 (f2 = 0,4)
2. Выберем допуск D1 = 0,1. По второму по важности критерию лучший автомобиль №2 (f3 = 0,2). При этом f2 = 0,344, т.е. отличается менее чем на допуск.
3. Выберем допуск D1 = 0,05. По третьему по важности критерию лучший автомобиль №1 (f1 = 0,4). При этом f2 = 0,308, т.е. отличается более чем на допуск.

Поэтому оптимальным решением будет выбор автомобиля №2 – первого по проходимости, второго по расходу и мощности.

**Изменение понятийной области критериев**

Теперь представим, что вместо третьего критерия будет использоваться не проходимость, а стоимость автомобиля в миллионах руб. (для сопоставимости с другими критериями). Тогда для выбора оптимального варианта необходимо учесть, что третий критерий должен стремился к минимуму. В соответствии с этим исходные значения выглядят таким образом:

**Таблица №13**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| №/вар | f1 | f2 | f3 |
| 1 | 31 | 19 | 26 |
| 2 | 36 | 23 | 19 |
| 3 | 28 | 26 | 18 |

Приведем к нормализованному виду представленные значения:

**Таблица №14**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| №/вар | f1 | f2 | f3 |
| 1 | 1 | 0,77 | 1 |
| 2 | 0,74 | 0,86 | 0,73 |
| 3 | 0,71 | 1 | 0,69 |

Для определения наилучшего варианта следует увеличивать мощность двигателя и расход топлива, при этом минимизируя затраты на его покупку. В такой ситуации можно применять методы абсолютной, относительной и последовательной уступки для выбора оптимального варианта.

1. **Принцип абсолютной уступки.**

F̄ =opt F = max { ∑fi - ∑fj}, где ∑fi – сумма значений локальных критериев, которые надо максимизировать; ∑fj  - сумма значений локальных критериев, которые надо минимизировать.

**Таблица №15**

|  |  |
| --- | --- |
| №/вар | Результат |
| 1 | 24 |
| 2 | 40 |
| 3 | 36 |

Согласно принципу абсолютной уступки предпочтение следует отдать №2.

1. **Принцип относительной уступки**

F̄ =opt F = max {∏fi / ∏fj}, где ∏fi – произведение значений локальных критериев, которые надо максимизировать; ∏fj – произведение локальных критериев, которые надо минимизировать.

**Таблица №16**

|  |  |
| --- | --- |
| №/вар | Результат |
| 1 | 0,77 |
| 2 | 0,87 |
| 3 | 1 |

Согласно принципу относительной уступки предпочтение следует отдать №3.